

Aufzählung von binären Eingabefolgen

Für alle $i \in \mathbb{N}$ sei $w_i = w$ falls $\text{bin}(i) = 1w$.

Damit werden alle möglichen $w \in \{0,1\}^*$ aufgezählt.

Beispiel:

$i = 638779882761580251873009425399934115415079$

$= 111010101010011010010010010011010001000010001011$
 $0100001010000100110010100101001100100100010010011$
 $0010001000010001011001000010000100001000100111$

$w_i = 111010101010011010010010010011010001000010001011$
 $0100001010000100110010100101001100100100010010011$
 $0010001000010001011001000010000100001000100111$

Aufzählung von Turingmaschinen

$$M_i := \begin{cases} M^{\text{reject}}, & \text{falls } i \text{ keine Gödelnummer} \\ M, & \text{falls die Binärdarstellung } \text{bin}(i) \text{ die Gödelnummer der DTM } M \text{ ist, d.h., } \text{bin}(i) = \langle M \rangle. \end{cases}$$

Beispiel:

$i = 638779882761580251873009425399934115415079$

$= 111010101010011010010010010011010001000010001011$
 $0100001010000100110010100101001100100100010010011$
 $0010001000010001011001000010000100001000111$

δ	0	1	\sqcup	\triangleright
q_0	$(q_0, 0, R)$	$(q_1, 1, R)$	(q_3, \sqcup, L)	(q_0, \triangleright, R)
q_1	$(q_1, 0, R)$	$(q_2, 1, R)$	(q_3, \sqcup, L)	(q_3, \triangleright, R)

Diagonalisierung

	M_1	M_2	M_3	M_7	M_i
w_1	na	na	na			na			na		
w_2	na	na	na			na			na		
w_3	na	na	na			na			na		
\vdots					...						
w_7	na	na	na			na			a		
\vdots								...			
w_i	na	na	na			na			a		

Diagonalisierung

$i = 638779882761580251873009425399934115415079$

$= 111010101010011010010010010011010001000010001011$
 $0100001010000100110010100101001100100100010010011$
 $001000100001000101100100001000010000100111$

$w_i = 11010101010011010010010010011010001000010001011$
 $0100001010000100110010100101001100100100010010011$
 $001000100001000101100100001000010000100111$

Diagonale: gibt an, ob M_i Eingabe w_i akzeptiert

Die Sprache Diag

$$\text{Diag} := \left\{ w \in \{0,1\}^* \mid w = w_i \text{ und DTM } M_i \text{ akzeptiert } w = w_i \right. \\ \left. \text{nicht.} \right\}$$

$w = 11010101010011010010010010011010001000010001011$
 $0100001010000100110010100101001100100100010010011$
 $001000100001000101100100001000010000100111$

$w = w_i$ für

$i = 111010101010011010010010010011010001000010001011$
 $0100001010000100110010100101001100100100010010011$
 $001000100001000101100100001000010000100111$

M_i akzeptiert $w_i \Rightarrow w \notin \text{Diag}.$

Diagonalisierung

	M_1	M_2	M_3	M_7	M_i
w_1	na	na	na			na			na		
w_2	na	a	na			na			na		
w_3	na	na	na			na			na		
\vdots				...					Diag = $\{w_1, w_3, \dots\}$		
w_7	na	na	na			na			a		
\vdots							...				
w_i	na	na	na			na			a		

Eine nicht rekursiv aufzählbare Sprache

Satz 2.33 Die Sprache Diag ist nicht rekursiv aufzählbar.