Die Klasse P

Definition 3.4 Die Klasse P ist definiert als

$$\bigcup_{k \in N} \mathrm{DTIME}\left(n^k\right).$$

P ist die Klasse der Sprachen, die durch eine DTM mit polynomieller Laufzeit entschieden werden können.

Beispiel: $\{0^n 1^n | n \geq 1\} \in P$.

Warum P? – 3 Gründe

1. P ist eine mathematisch robuste Klasse.

2. Probleme in P lassen sich in der Praxis gewöhnlich gut lösen, für Probleme außerhalb von P trifft dieses häufig nicht zu.

3. P liefert eine interessante Theorie

$\rightarrow$ nächste Teile der Vorlesung!

Darstellung Zahlen, Graphen, …

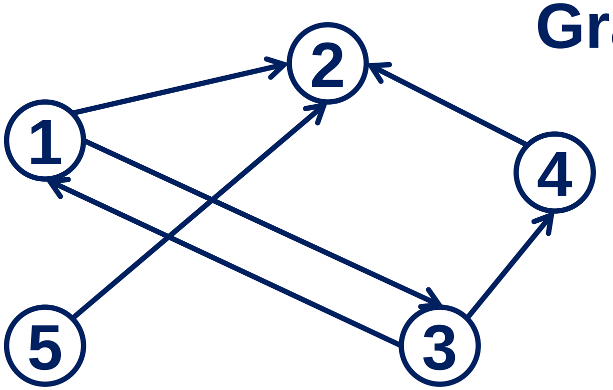
1. Repräsentieren Zahlen in der Regel in Binärdarstellung.

   - Aber auch Darstellung bezüglich anderer Basen zulässig.
   - Ausnahme: Basis 1.

1. Repräsentieren Graphen durch

   - Adjazenzmatrizen oder
   - Adjazenzlisten.

Graph mit Adjazenzmatrix



Graph

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Adjazenzmatrix

Listendarstellung:

$V = \{1,2,3,4,5\}$
$E = \{(1,2),(1,3),(3,1),(3,4),(4,2),(5,2)\}$

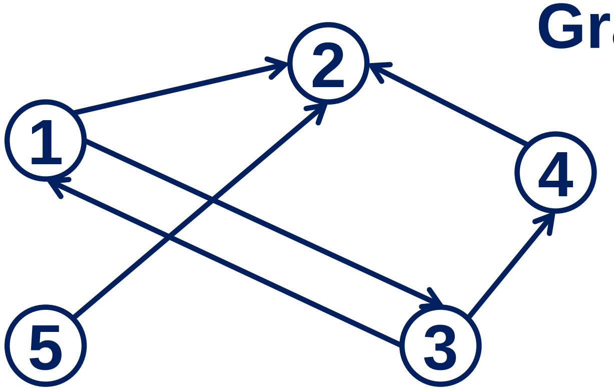
Darstellung Zahlen, Graphen, …

Nutzen $\langle \cdot \rangle$ für „vernünftige Darstellungen" von Kombinationen von Zahlen, Graphen, usw.

Pfade in Graphen

$$\text{Pfad} := \{\langle G,s,t\rangle \mid G = (V,E) \text{ ist gerichteter Graph mit } s,t \in V \text{ und einem gerichteten Pfad von s nach t.}\}$$

Pfade in Graphen



Graph

$\langle G,1,4 \rangle \in$ **Pfad.**

Pfade in Graphen

Pfad:=$\{\langle G,s,t\rangle \mid G = (V,E)$ ist gerichteter Graph mit $s,t \in V$ und einem gerichteten Pfad von s nach t.$\}$

Satz 3.5 Pfad liegt in P.

Pfade in Graphen

M bei Eingabe $\langle G,s,t \rangle$:

1. Markiere den Knoten s.
2. Wiederhole den folgenden Schritt bis keine zusätzlichen Knoten markiert werden.
3. Durchlaufe alle Kanten (a,b) von G. Ist a markiert und b nicht markiert, markiere b.
4. Ist t markiert, akzeptiere, sonst lehne ab.

Teilerfremde Zahlen

Zwei Zahlen a,b $\in \mathbb{N}$ heißen teilerfremd oder relativ prim, wenn ihr größter gemeinsamer Teiler (ggT) 1 ist.

RelPrim:=$\{\langle x,y\rangle \in \mathbb{N}^2$ | x und y sind relativ prim.$\}$

Satz 3.6 RelPrim liegt in P.

Teilerfremde Zahlen

E bei Eingabe $\langle x,y \rangle$:

1. Wiederhole die folgenden beiden Schritte bis $y = 0$.
2. $\quad$ $x \leftarrow x \bmod y$.
3. $\quad$ Vertausche x und y.
4. Ausgabe x.

R bei Eingabe $\langle x,y \rangle$:

1. Simuliere E mit Eingabe $\langle x,y \rangle$.
2. Ist die Ausgabe von E bei Eingabe $\langle x,y \rangle$ 1, akzeptiere, sonst lehne ab.